**ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ**

## Метод Якобі

Запропоновану матрицю А (СЛАР) розбиваємо на 3 частини:

C – матриця коефіцієнтів, вигляду: ;

X – стовпець невідомих членів, вигляду: ;

F – стовпець вільних членів, вигляду: .

Матрицю С розкладаємо ще на 2 частини:

С з діагоналлю заповненою нулями:

та діагональ С:

Отже СЛАР можна записати як:

Cx = b;

(R+D)x = b; (оскільки R+D = C)

Rx + Dx = b;

Dx = b – Rx;

x =

Ітераційний метод Якобі виражається наступною формулою:

xk+1 =

Або

Метод Якобі є збіжним для довільного початкового наближення тоді і тільки тоді, коли матриця має домінантну головну діагональ. Тобто:

Умова завершення ітераційного процесу Якобі при досягнені точності у спрощеній формі має вигляд [1]:

## Метод Гауса-Зейделя

## Запропоновану матрицю А (СЛАР) розбиваємо на 3 частини:

C – матриця коефіцієнтів, вигляду: ;

X – стовпець невідомих членів, вигляду: ;

F – стовпець вільних членів, вигляду: .

Матрицю С розкладаємо ще на 3 частини:

діагональну матрицю:

верхньо-трикутну матрицю:

нижньо-трикутну матрицю:

Тоді СЛАР можна переписати у наступному вигляді:

Cx = b

|  |
| --- |
|  |

Якщо відоме певне наближення , тоді від виразу можна перейти до наступної ітераційної форми:

,

де , , ,

Отже компонент (k+1)-го наближення обчислюється за формулою:

Умова збіжності СЛАР використовуючи метод Гауса-Зейделя для довільного початкового наближення :

СЛАР – збіжна, тоді і тільки тоді, коли матриця має домінантну головну діагональ або матриця додатньо визначна, тобто:

A2 = -(L + D)-1 U, де (L + D)-1 – обернена матриця до (L + D).

||A2|| < 1

Умова завершення ітераційного процесу Гауса-Зейделя:

досягнення точності , тобто:

## Метод градієнтного спуску (спряжених градієнтів)

Для того, щоб використовувати метод градієнтного спуску СЛАР, а точніше матриця А, повинна відповідати умовам:

* матриця симетрична;
* матриця додатньо визначена.

Процес пошуку розв’язку полягає в мінімізації наступного функціоналу:

Нехай являє собою взаємно приєднаних векторів, що утворює базис для простору . Отже можна виразити рішення системи в даному базисі:

Нескладними математичними перетвореннями отримаємо:

Даний вираз дає нам наступний метод рішення системи: найти послідовність приєднаних векторів-напрямків, а потім обчислити їх коефіцієнт .

Якщо відоме певне наближення . Тоді для кроку алгоритму маємо:

де – розв’язок системи на -тому кроці, – вектор напрямку на   
-тому кроці, – нев’язка на -тому кроці.

Для довільного початкового наближення вищеописаний алгоритм буде працювати за умов описаний вище та умови:

Умова завершення ітераційного процесу градієнтного спуску при досягнені точності , тобто: